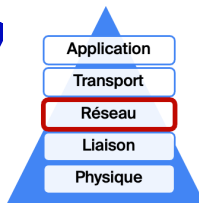
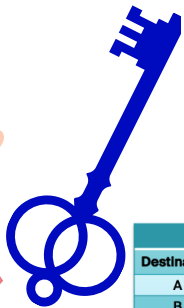


Information, Calcul et Communication

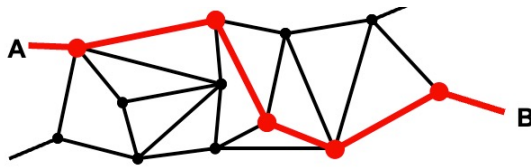
CS-119(g) ICC – Théorie Semaine 4

Rafael Pires
rafael.pires@epfl.ch

Précédemment, dans ICC-T 03



Nœud C		
Destination	Direction	Distance
A	A	1
B	G	2
D	D	1
E	A ou D	2
...



- Un **réseau** permet à des machines de communiquer par **échange de paquets**
- La communication suit une **pile de couches** (TCP/IP) pour structurer les échanges
- Chaque couche a un **rôle spécifique** et ajoute (ou retire) un **en-tête**
- Les **adresses** changent selon la couche : MAC (locale), IP (globale), ports (processus)
- Le **routage** permet de trouver le chemin à travers le réseau (IP + tables)
- Les besoins en **sécurité** : confidentialité, authenticité, intégrité, non-répudiation
- Les outils cryptographiques :
 - Chiffrement **symétrique** : rapide, **clé partagée**
 - Diffie-Hellman : permet un **échange de clé sans la transmettre**
 - Fonctions de **hachage** : empreinte numérique, vérification d'intégrité
 - Chiffrement **asymétrique** (RSA) : deux clés, mais plus lent

Programme du cours



Calcul

- Algorithmes
- Complexité
- Conception d'algorithmes
- Calculabilité
- **Circuits, architecture**



Information

- **Représentation de nombres**
- Echantillonnage et reconstruction de signaux
- Entropie
- Compression



Communication

- **Réseau**
- **Cryptographie**

Suite du cours : Motivation



- Supposons que votre meilleur.e ami.e habite en Nouvelle-Zélande, et que vous désiriez lui jouer un sketch pour son anniversaire.
- Il y a 150 ans, vous auriez eu besoin de 80 jours...
- Il y a 50 ans, seuls 2-3 jours auraient suffi...
- Mais aujourd'hui, seules quelques minutes suffisent ! (si on excepte le temps qu'il vous faut pour préparer le sketch)
- **Que se passe-t-il exactement pendant ces quelques minutes ?**

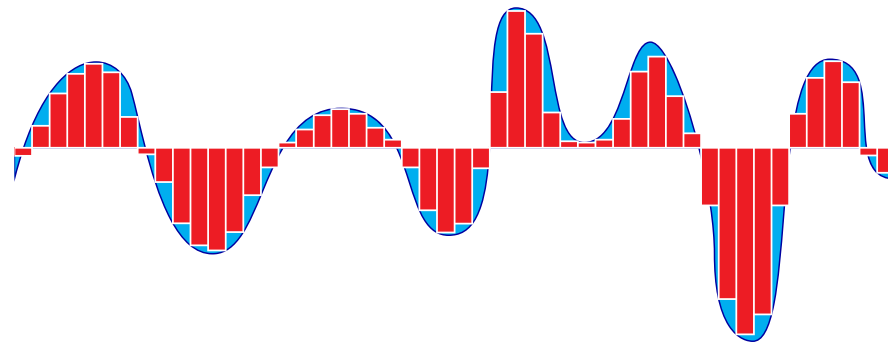
Suite du cours : Motivation



- Avec des amis, vous préparez une vidéo amusante.



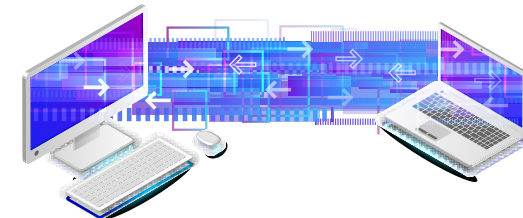
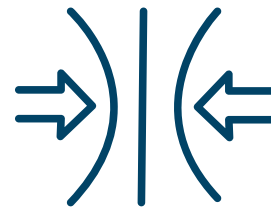
- Le son et l'image sont enregistrés au format vidéo :
 - un **signal analogique** est converti en sa **représentation numérique** à l'aide d'un **algorithme** sophistiqué.



Suite du cours : Motivation



- Vous **enregistrez** le fichier en mémoire.
- Vous réduisez sa taille grâce à un algorithme de **compression**, afin que sa **transmission** ne pose pas de problème.



- Vous téléchargez ensuite la vidéo sur votre plateforme préférée :
 - Un algorithme de **chiffrement** est également utilisé pour transmettre les données.



Enfin, votre ami-e découvre la vidéo...



- Les données sont d'abord **déchiffrées** et **décompressées** à l'aide d'algorithmes adaptés, puis le **signal est reconstruit** à partir de leur **représentation numérique**.



Pour résumer



- Dans nos gestes quotidiens, nous utilisons désormais un grand nombre d'**algorithmes sophistiqués**, souvent sans nous en rendre compte.
- L'omniprésence de ces algorithmes a **changé** notre manière de communiquer, de voyager, de voir le monde...
- Plusieurs **contributions fondamentales**, remontant pour la plupart à plus d'une septantaine d'années, ont permis la réalisation de ces moyens de **communication** et l'avènement de notre **ère digitale**.
- Ce sont ces contributions que nous vous proposons de découvrir plus en détail **dans les cours qui suivent**.

Aujourd'hui

- **Signaux, fréquences et bande passante**
- **Filtrage de signaux**
- **Échantillonnage de signaux**

Introduction

- Lors du cours sur la représentation binaire, nous avons vu comment représenter **des nombres** avec des suites de 0 et de 1.
- Aujourd'hui, nous allons voir comment représenter **des objets plus complexes**, comme des *signaux physiques* (sons ou images), avec ces mêmes suites de 0 et de 1.
- Et tout aussi important (voire plus!), nous verrons la semaine prochaine comment **restituer** un signal physique à partir d'une suite de 0 et de 1.

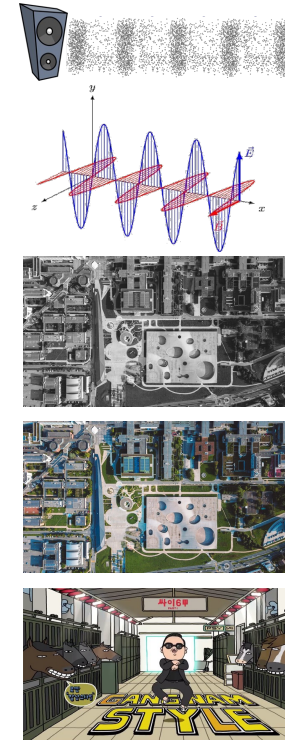
Introduction



Qu'est-ce qu'un signal ? C'est une fonction !

Exemples:

1. Une onde sonore ($X : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$)
 - $t = \text{temps}$, $X(t) = \text{pression}$
2. Une onde électromagnétique ($X : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$)
3. Une photo noir-blanc ($X : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$)
 - $(u, v) = \text{coordonnées}$, $X(u, v) = \text{niveau de gris}$
4. Une photo couleur ($X : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$)
 - $(u, v) \rightarrow (X_{\text{rouge}}(u, v), X_{\text{vert}}(u, v), X_{\text{bleu}}(u, v))$
5. Une vidéo ($X : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$)

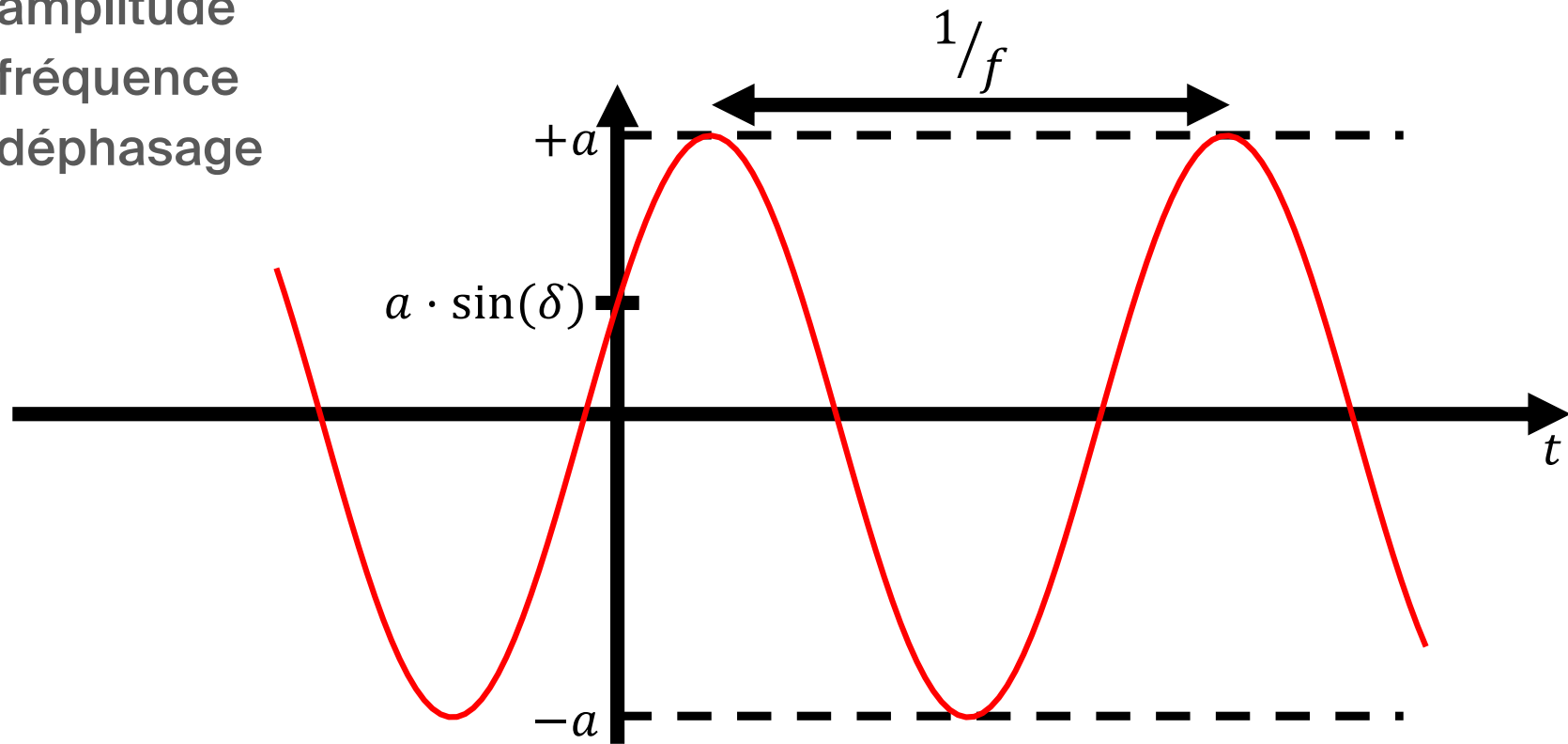


Nous considérerons exclusivement des signaux unidimensionnels ($X : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$), par souci de clarté et de simplification.

Sinusoïde pure

$$X(t) = a \cdot \sin(2\pi f t + \delta) \quad t \in \mathbb{R}$$

- a = amplitude
- f = fréquence
- δ = déphasage

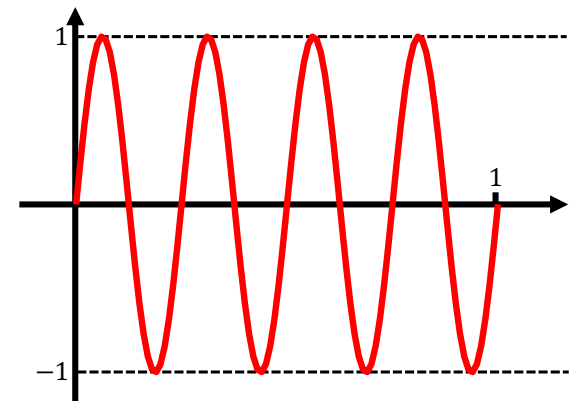
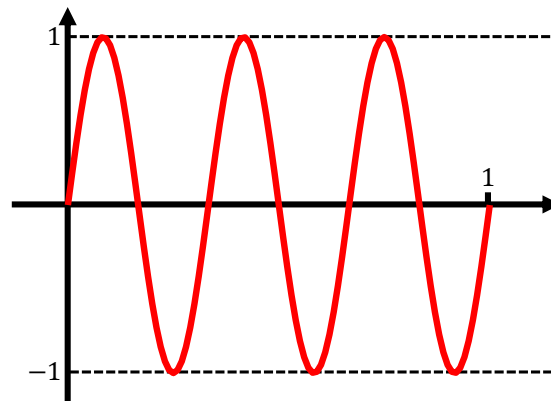
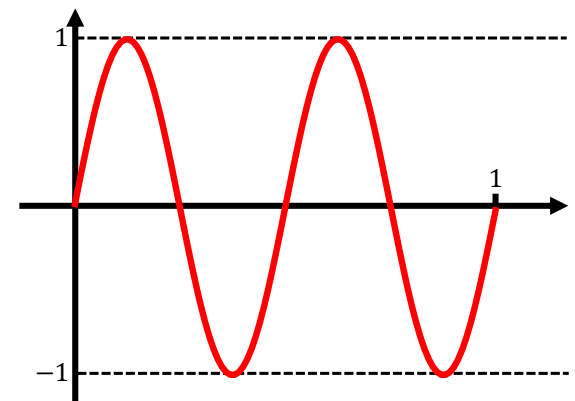
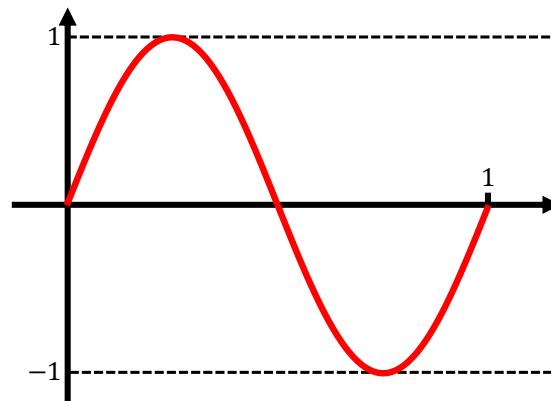


Sinusoïde pure : fréquence

$$X(t) = a \cdot \sin(2\pi f t + \delta) \quad t \in \mathbb{R}$$

- a = amplitude = 1
- f = fréquence
- δ = déphasage = 0

- $f = 1 : X(t) = \sin(2\pi t)$
- $f = 2 : X(t) = \sin(4\pi t)$
- $f = 3 : X(t) = \sin(6\pi t)$
- $f = 4 : X(t) = \sin(8\pi t)$

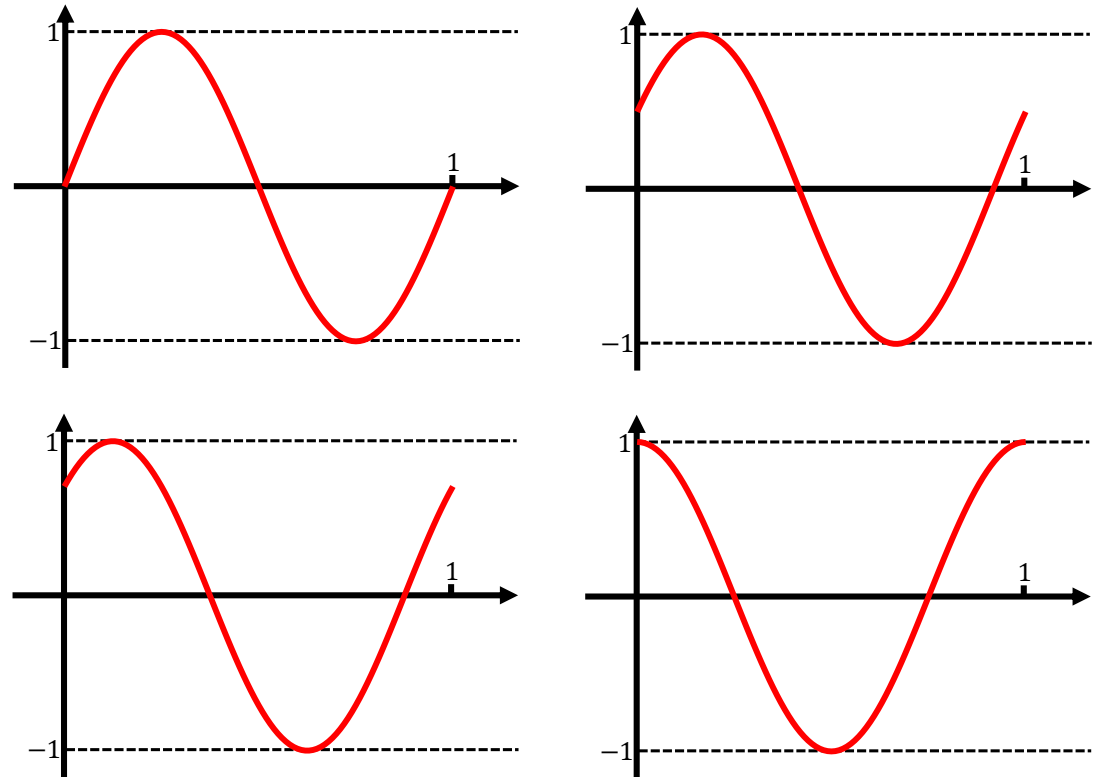


Sinusoïde pure : déphasage

$$X(t) = a \cdot \sin(2\pi ft + \delta) \quad t \in \mathbb{R}$$

- a = amplitude = 1
- f = fréquence = 1
- δ = déphasage

- $\delta = 0 : X(t) = \sin(2\pi t)$
- $\delta = \frac{\pi}{6} : X(t) = \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$
- $\delta = \frac{\pi}{4} : X(t) = \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$
- $\delta = \frac{\pi}{2} : X(t) = \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$
 $= \cos(2\pi t)$



Somme de sinusoides

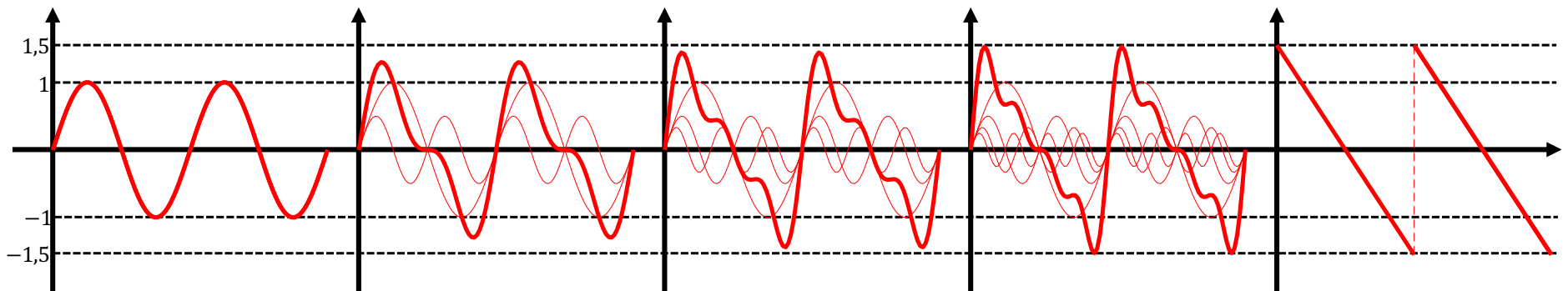
$$X(t) = a_1 \cdot \sin(2\pi f_1 t + \delta_1) + \dots + a_n \cdot \sin(2\pi f_n t + \delta_n) \quad t \in \mathbb{R}$$

- a_j = amplitudes
- f_j = fréquences
- δ_j = déphasages

Somme de sinusoides

Exemple : $a_j = \frac{1}{j}$, $f_j = 2j$, $\delta_j = 0$, $n = 1, 2, 3, 4, \dots$

- $n = 1 : X(t) = \sin(4\pi t)$
- $n = 2 : X(t) = \sin(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t)$
- $n = 3 : X(t) = \sin(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t) + \frac{1}{3}\sin(12\pi t)$
- $n = 4 : X(t) = \sin(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t) + \frac{1}{3}\sin(12\pi t) + \frac{1}{4}\sin(16\pi t)$
- $n = \infty$



Théorie de Fourier

- Affirmation : (à prendre avec des pincettes...)

« Tout signal est une somme de sinusoides ! »

- Par la suite, nous ne considérerons que des signaux qui sont des sommes **finies** de sinusoides.



Joseph Fourier
Mathématicien et physicien
1768 - 1830

Fréquences : unité de mesure

- Un signal dont la fréquence est de f Hz se répète toutes les $T = 1/f$ sec.
- La fréquence f contenue dans la sinusoïde $X(t) = a \cdot \sin(2\pi ft + \delta)$ s'exprime en
hertz = Hz = $\frac{1}{s}$.
- Unité de mesure attribuée en l'honneur de H. R. Hertz, à qui on doit:
 - la vérification expérimentale que la lumière est une onde électromagnétique
 - le premier système de transmission et réception d'ondes radio.



Heinrich Rudolf Hertz
Ingénieur et physicien
1857-1894

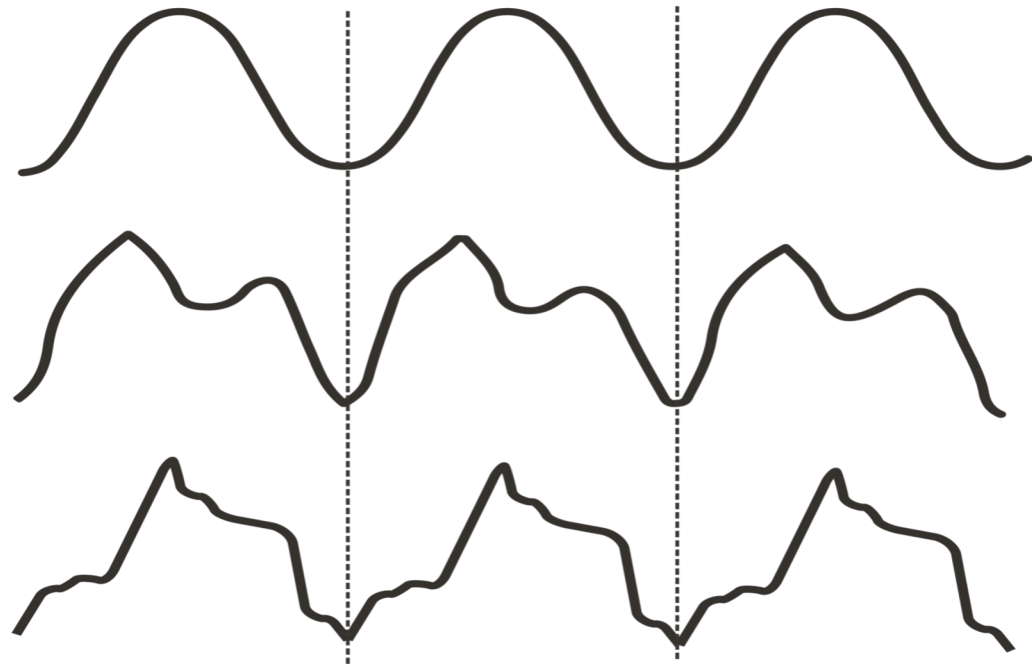
Tous les « La à 440 Hz » ne sont pas les mêmes !

- **Exemple musical:** La note « La » à 440 *Hz* est un signal (onde sonore) qui se répète toutes les $\frac{1}{440} = 2.2727 \dots$ millisecondes.

- diapason électronique

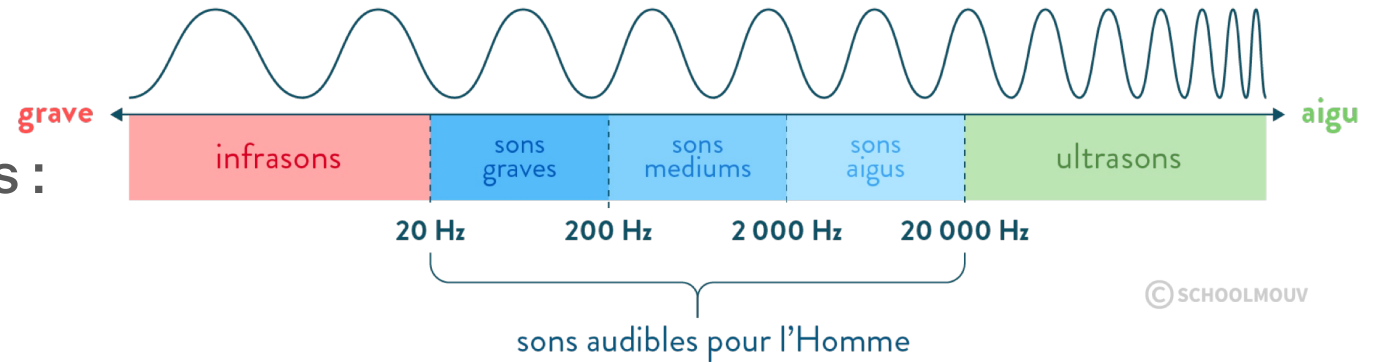
- violon

- clarinette

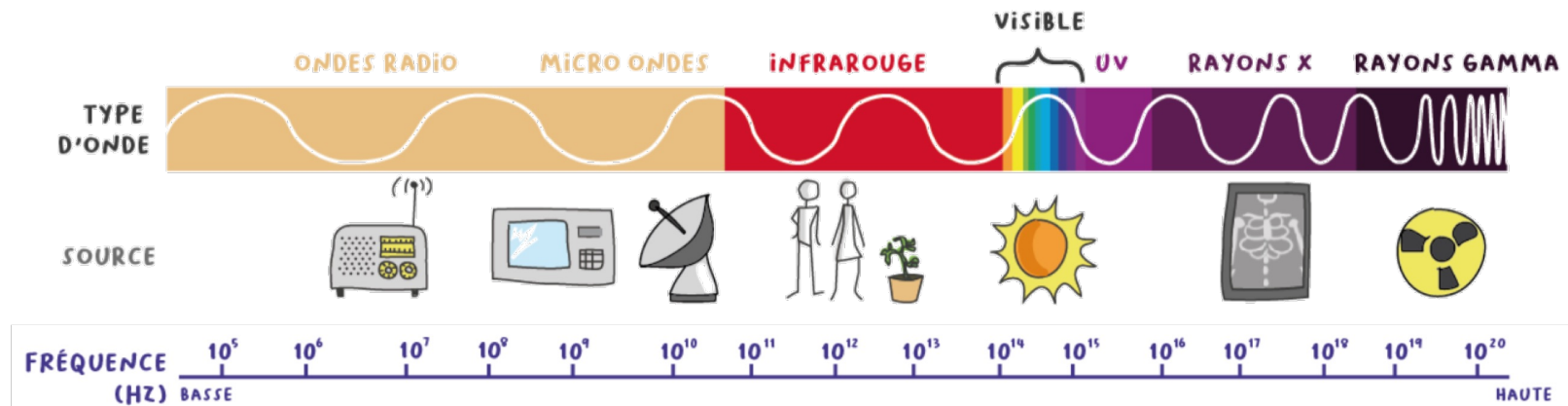


Fréquences : quelques ordres de grandeur

- Ondes sonores :



- Ondes électromagnétiques :



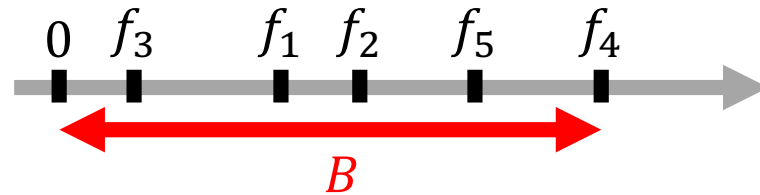
Bande passante

- Revenons à notre somme de sinusoides :

$$X(t) = a_1 \cdot \sin(2\pi f_1 t + \delta_1) + \dots + a_n \cdot \sin(2\pi f_n t + \delta_n)$$

- On définit comme suit la bande passante de ce signal :

$$B = f_{max} = \max\{f_1, \dots, f_n\}$$



- La bande passante joue un rôle primordial en traitement du signal.

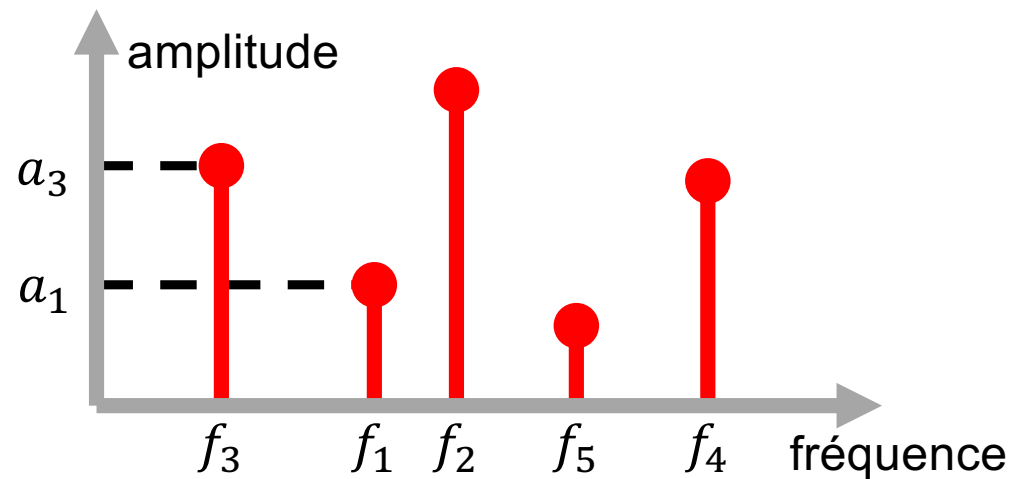
Représentation spectrale du signal (Fourier)

- Toujours avec notre somme de sinusoides :

$$X(t) = a_1 \cdot \sin(2\pi f_1 t + \delta_1) + \dots + a_n \cdot \sin(2\pi f_n t + \delta_n)$$

- axe horizontal = fréquences présentes
- axe vertical = amplitudes correspondantes

- **Le spectre du signal :**



Aujourd'hui

- Signaux, fréquences et bande passante
- **Filtrage de signaux**
- Échantillonnage de signaux



Filtrage d'un signal

- De manière générale, lorsqu'un signal $(X(t), t \in \mathbb{R})$ passe par un **filtre**, il en ressort une version déformée $(\hat{X}(t), t \in \mathbb{R})$:



==== Pourquoi donc vouloir filtrer un signal ?

Par exemple, atténuer le bruit !

- Dans ce cours, nous allons voir deux exemples de filtres **passé-bas** :
 - Le filtre **passé-bas idéal**
 - Le filtre à **moyenne mobile**

Filtre passe-bas idéal

Un filtre passe-bas idéal est un filtre qui **supprime** les composantes de fréquences supérieures à une fréquence de coupure f_c .

Exemple :

- Considérons le signal (contenant les fréquences $f = 1, 4$ et 32 Hz):

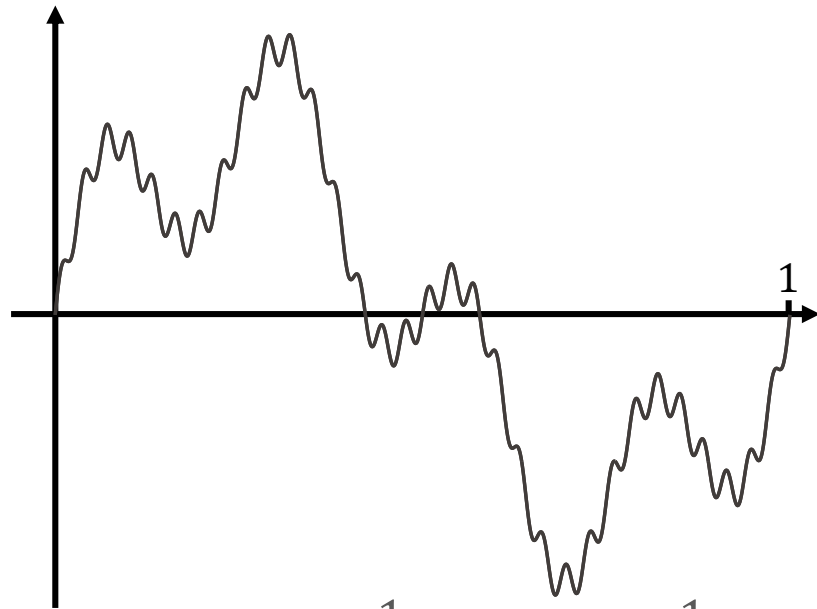
$$X(t) = \sin(2\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t) + \frac{1}{10}\sin(64\pi t)$$

- Après passage au travers d'un **filtre passe-bas avec fréquence de coupure $f_c = 30 \text{ Hz}$** , la composante à 32 Hz disparaît, et le signal devient :

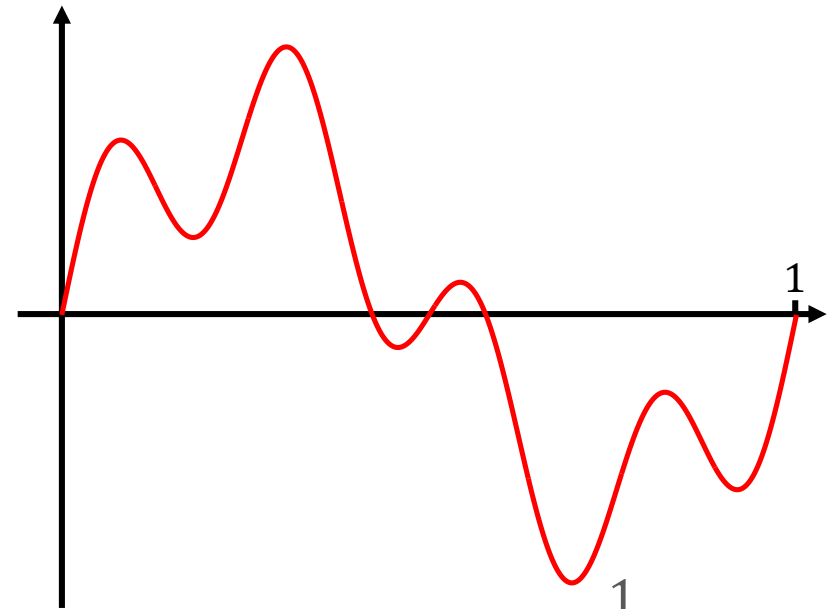
$$\hat{X}(t) = \sin(2\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t)$$

Filtre passe-bas idéal

Exemple :



$$X(t) = \sin(2\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t) + \frac{1}{10}\sin(64\pi t)$$



$$\rightarrow \hat{X}(t) = \sin(2\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t)$$

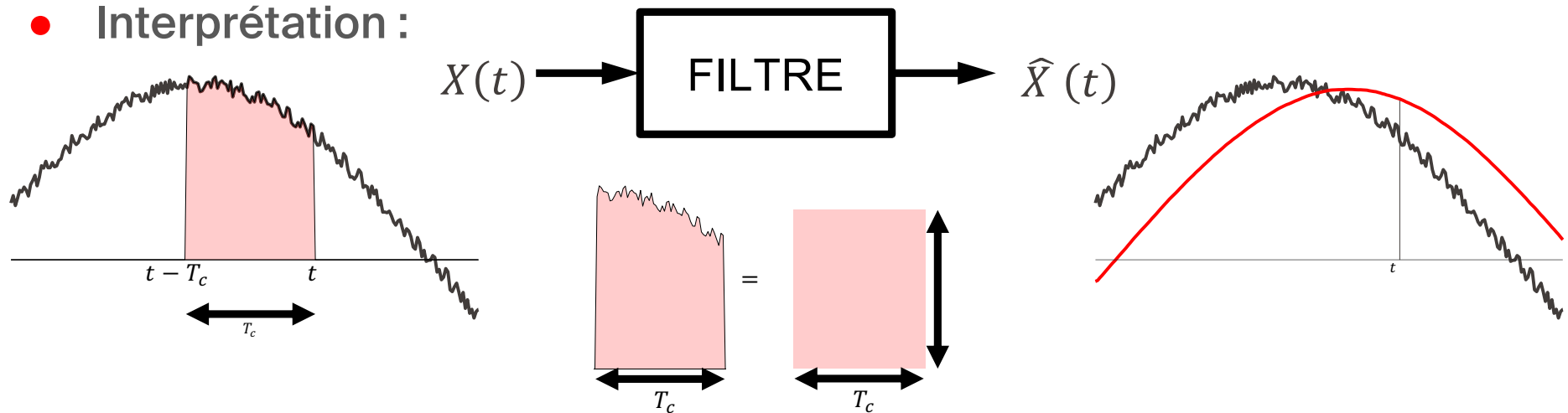
Filtre à moyenne mobile

Le signal $\hat{X}(t)$ sortant à l'instant t d'un filtre à moyenne mobile est donné par :

$$\hat{X}(t) = \frac{1}{T_c} \cdot \int_{t-T_c}^t X(s) \cdot ds$$

où T_c est la période sur laquelle on moyenne le signal.

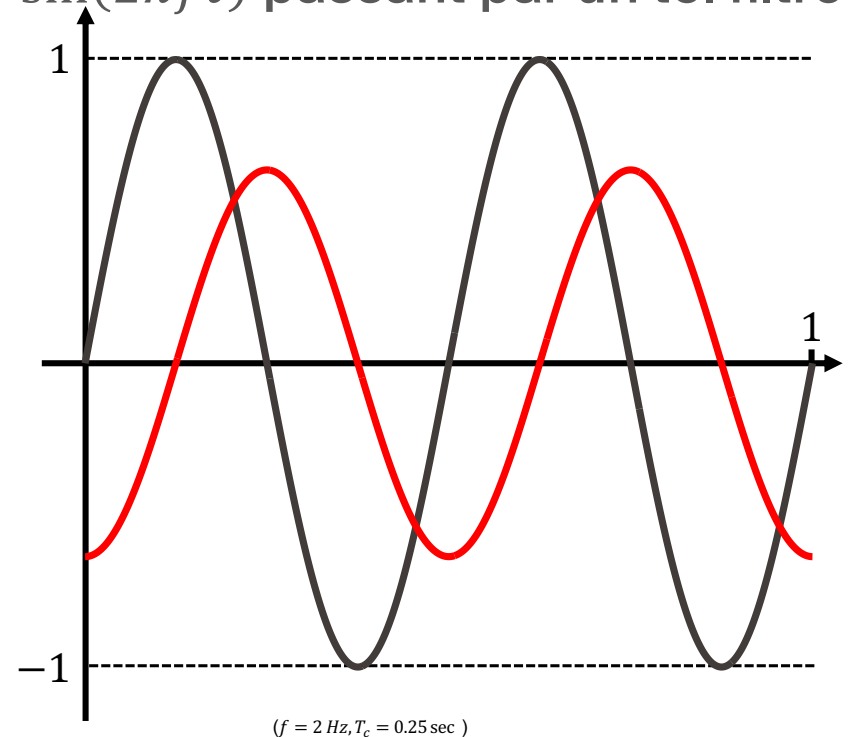
- Interprétation :



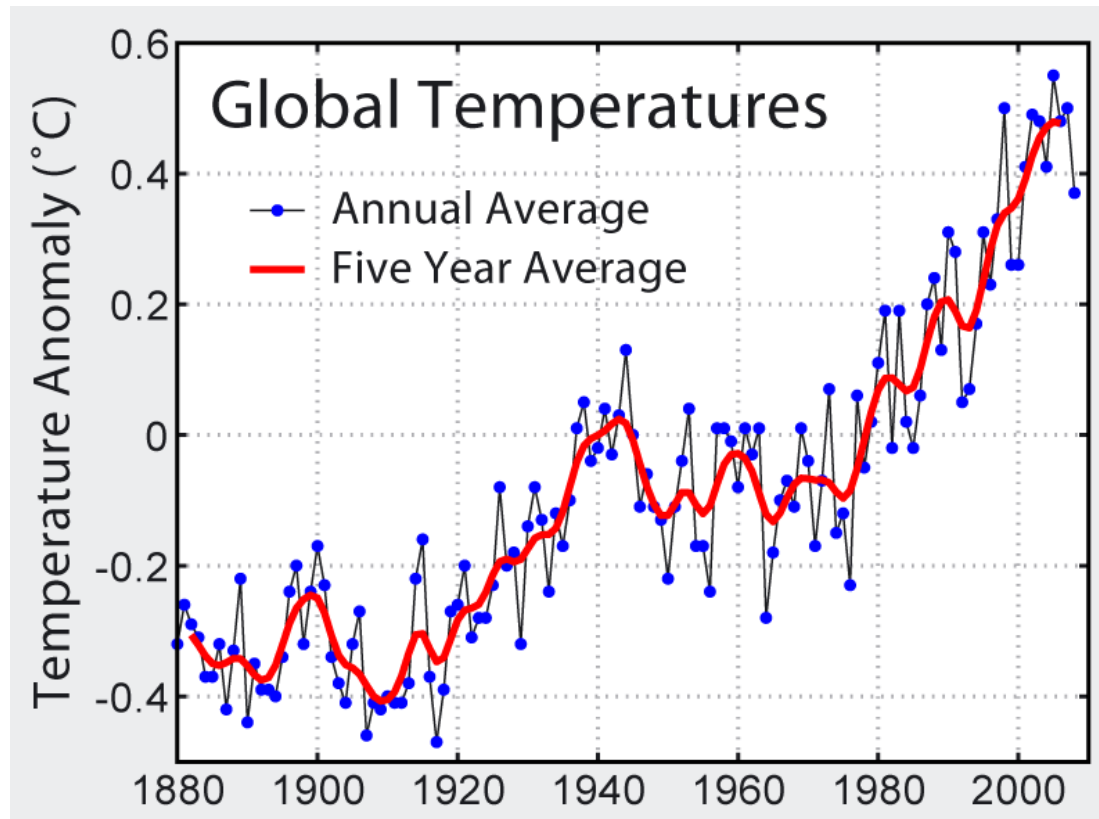
Filtre à moyenne mobile

Exemple : Que devient le signal $X(t) = \sin(2\pi ft)$ passant par un tel filtre?

$$\begin{aligned}\hat{X}(t) &= \frac{1}{T_c} \cdot \int_{t-T_c}^t X(s) \cdot ds \\ &= \frac{1}{T_c} \cdot \int_{t-T_c}^t \sin(2\pi fs) \cdot ds \\ &= \frac{\cos(2\pi f(t - T_c)) - \cos(2\pi ft)}{2\pi f \cdot T_c} \\ &= \frac{\sin(\pi f T_c)}{\pi f T_c} \cdot \sin(2\pi ft - \pi f T_c)\end{aligned}$$

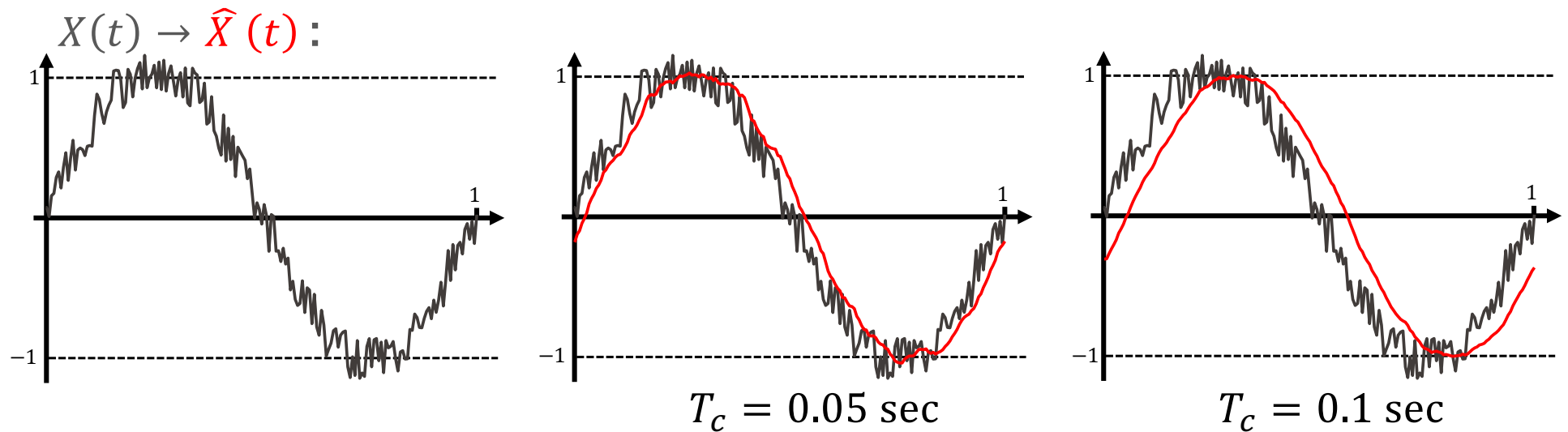


Filtre à moyenne mobile discret



Source: Global Warming Art

Effet de la période T_c



Plus T_c augmente :

- plus le signal sortant est lisse,
- mais plus le délai est grand également.

Effet de la période T_c

- Revenons à la sinusoïde pure $X(t) = \sin(2\pi ft)$:

$$\hat{X}(t) = \frac{\sin(\pi f T_c)}{\pi f T_c} \cdot \sin(2\pi ft - \pi f T_c)$$

- De cette expression, on déduit que :

$$\max_{t \in \mathbb{R}} |\hat{X}(t)| = \left| \frac{\sin(\pi f T_c)}{\pi f T_c} \right| \leq \frac{1}{\pi f T_c}$$

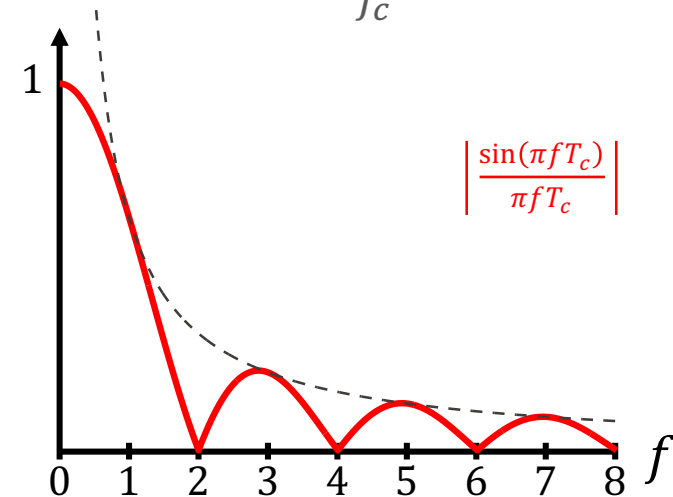
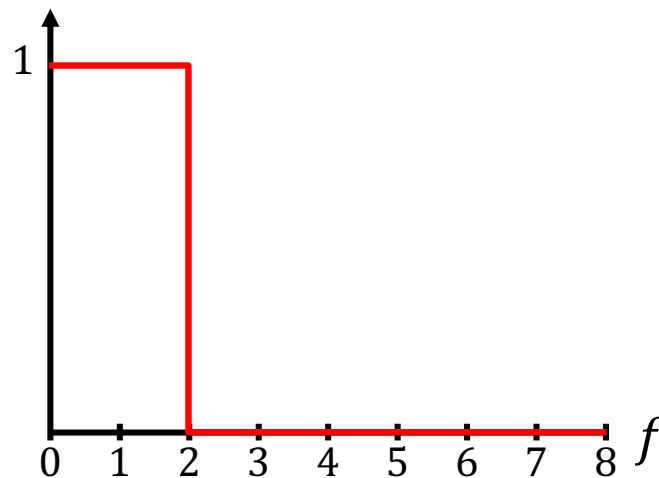
- On voit que si fT_c est grand, alors le signal $\hat{X}(t)$ est de faible amplitude.

Après le passage à travers un filtre à moyenne mobile, les **hautes fréquences** d'un signal sont donc **fortement atténuées**.

Comparaison de ces deux filtres passe-bas

Atténuation des fréquences dans la **représentation spectrale** :

- un **filtre passe-bas idéal** avec fréquence de coupure $f_c = 2 \text{ Hz}$
- un **filtre à moyenne mobile** de période $T_c = \frac{1}{f_c} = 0.5 \text{ sec}$.



Sur ce dernier graphe apparaît en traitillé la borne supérieure $\frac{1}{\pi f T_c}$ qu'on vient de calculer

Filtrage : conclusion

- Un filtre passe-bas sert donc à supprimer ou atténuer les hautes fréquences dans un signal.
- Par la suite, nous verrons une autre application importante des filtres passe-bas.

Aujourd'hui

- Signaux, fréquences et bande passante
- Filtrage de signaux
- **Échantillonnage de signaux**

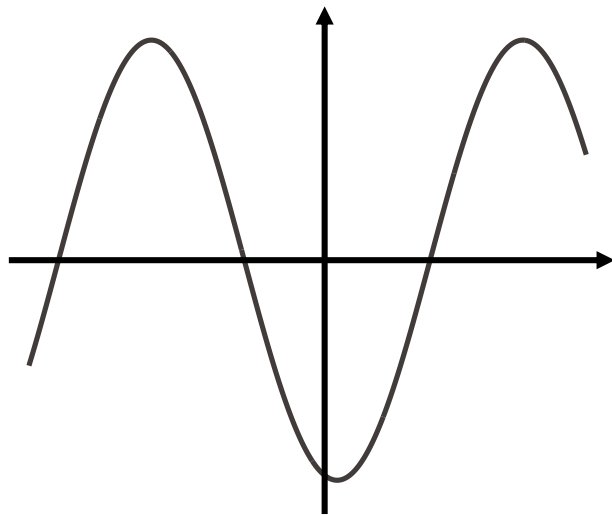


Échantillonnage d'un signal

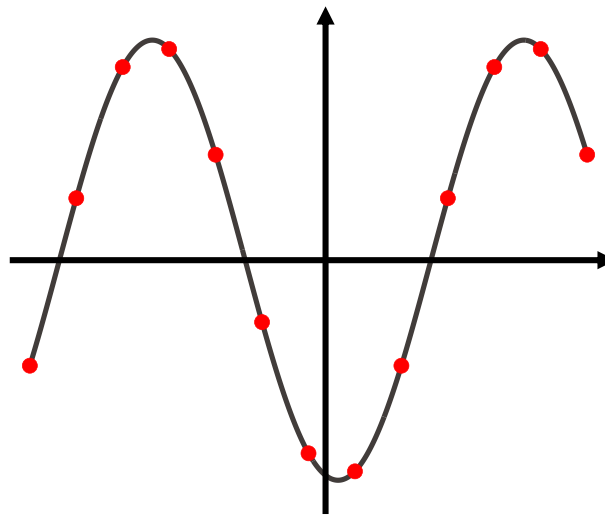
- Comment représenter un signal physique de nature analogique (par exemple, une onde sonore ou électromagnétique) sous forme numérique, c'est-à-dire sous la forme d'une suite de 0 et de 1 ?
- Pour pouvoir **traiter l'information** contenue dans un signal $(X(t), t \in \mathbb{R})$, il faut :
 1. **échantillonner** le signal à des instants discrets
 2. **quantifier** les valeurs du signal à ces instants
- **Question naturelle** : Que perd-on du signal d'origine à travers ces deux opérations successives?

Échantillonnage d'un signal

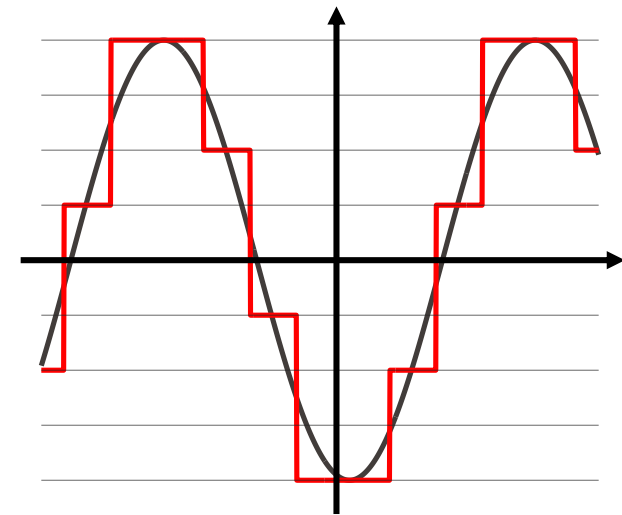
● signal d'origine



● signal échantillonné

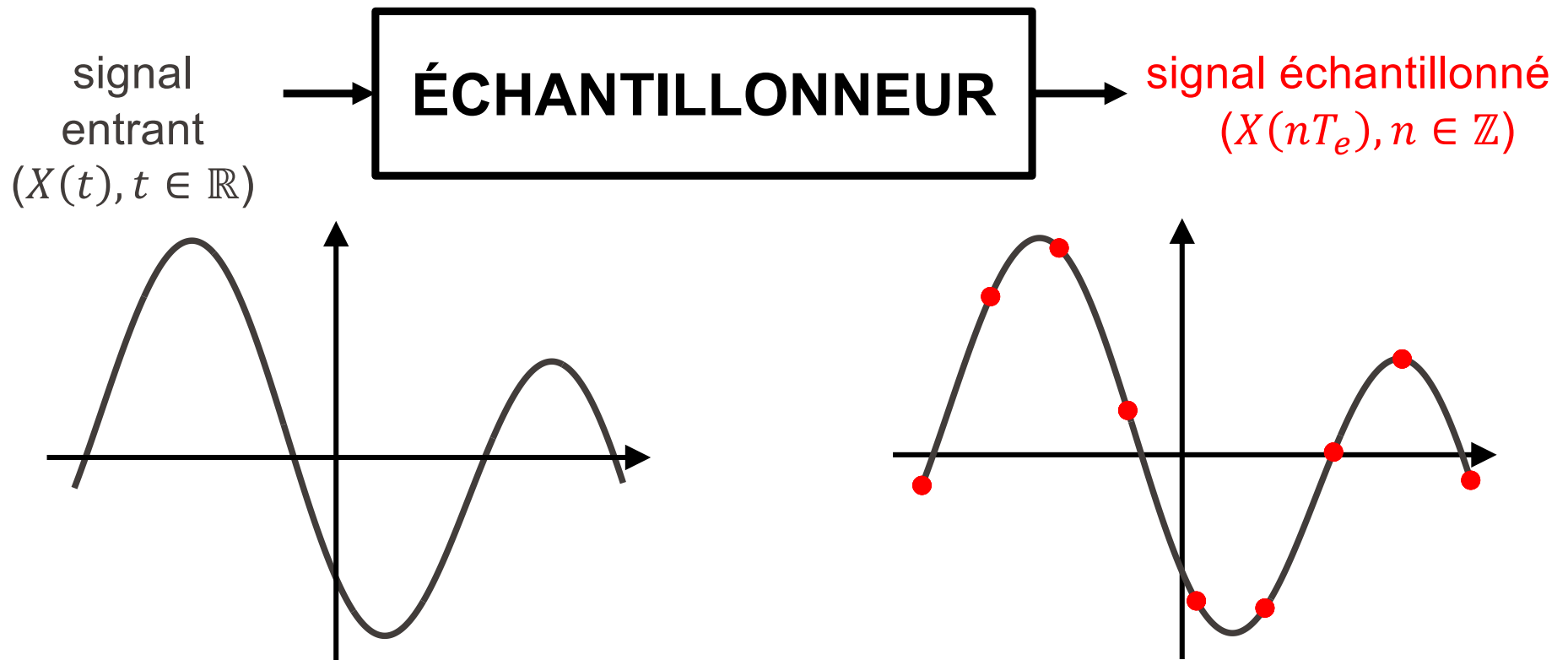


● signal échantillonné et quantifié



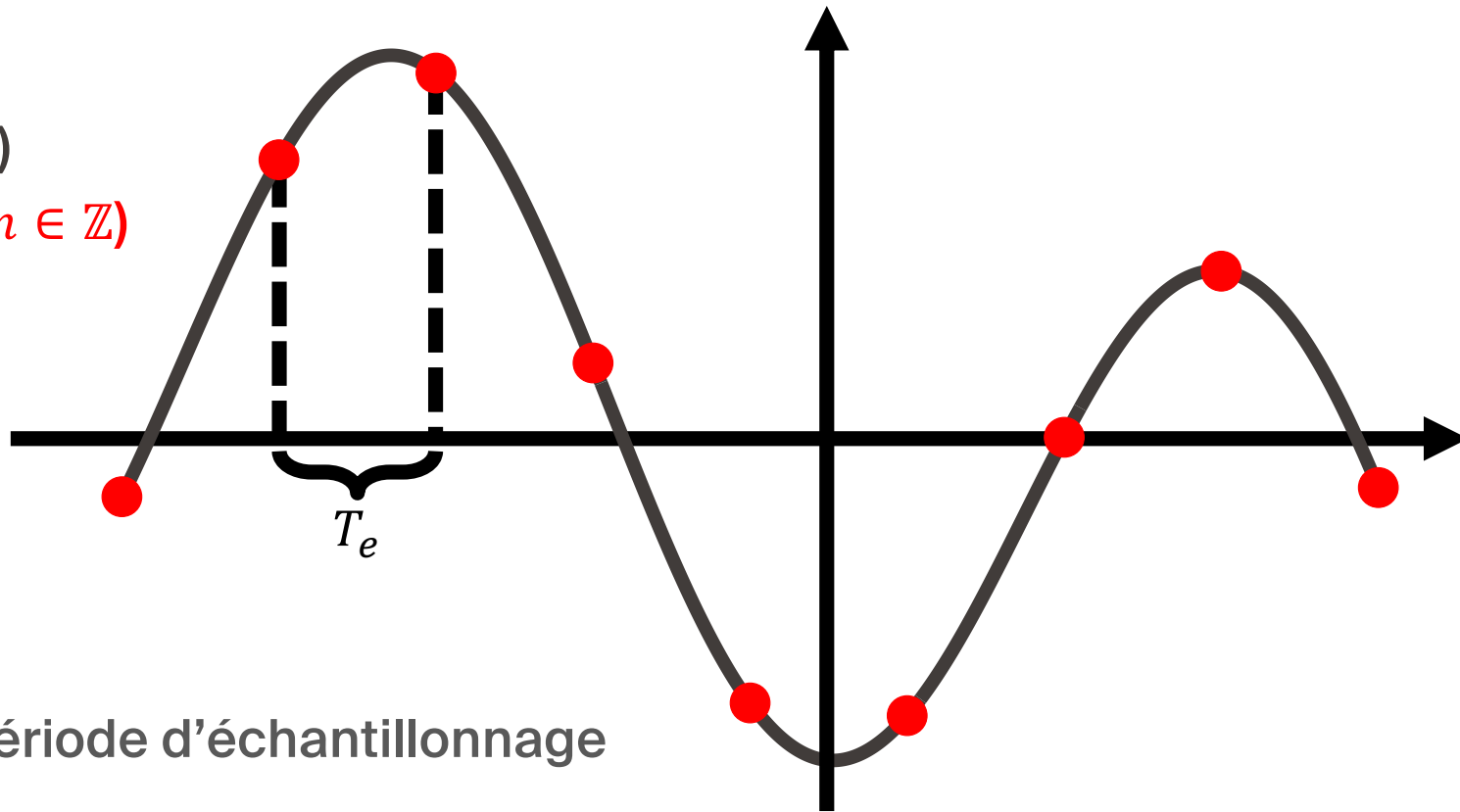
Échantillonnage d'un signal

- Nous nous concentrerons ici sur la partie « échantillonnage » :



Période et fréquence d'échantillonnage

$(X(t), t \in \mathbb{R})$
 $\rightarrow (X(nT_e), n \in \mathbb{Z})$

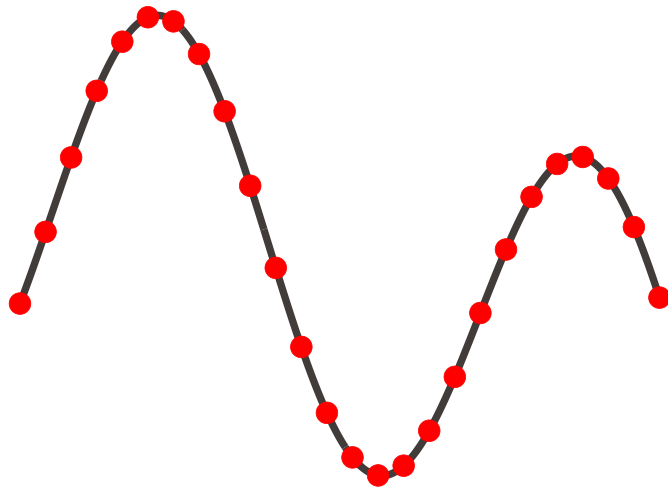


- $T_e =$ période d'échantillonnage
- $f_e = \frac{1}{T_e} =$ fréquence d'échantillonnage

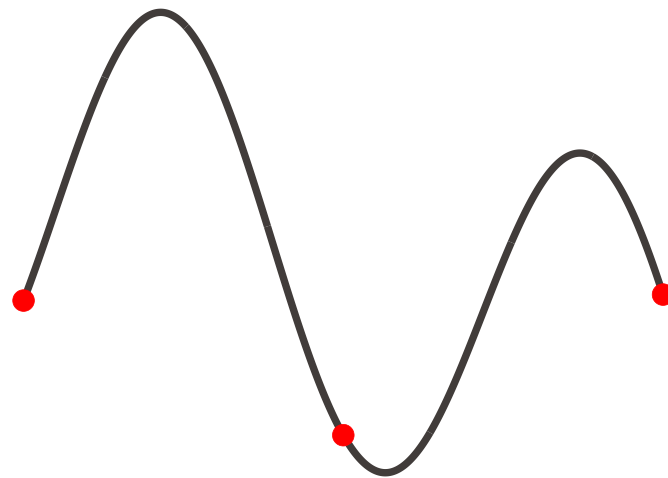
Période d'échantillonnage T_e

==== Quelle période d'échantillonnage T_e est la «bonne» ? ====

- T_e trop petite:
trop d'information à traiter...



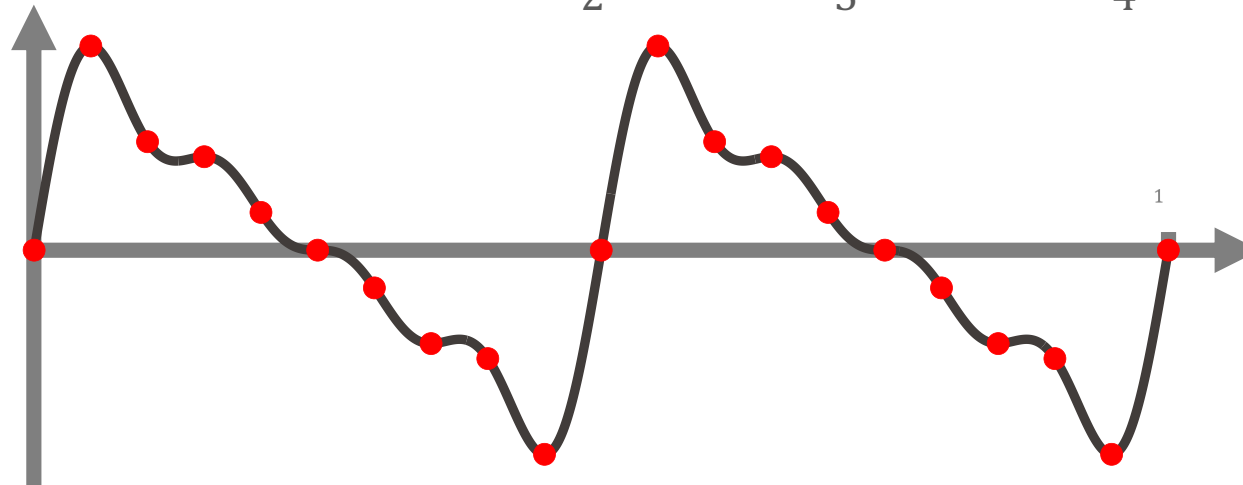
- T_e trop grande :
de l'information est **perdue**...



T_e ne peut pas être aussi grande qu'on veut

Exemple: reprenons le signal vu précédemment :

$$X(t) = \sin(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t) + \frac{1}{3}\sin(12\pi t) + \frac{1}{4}\sin(16\pi t)$$

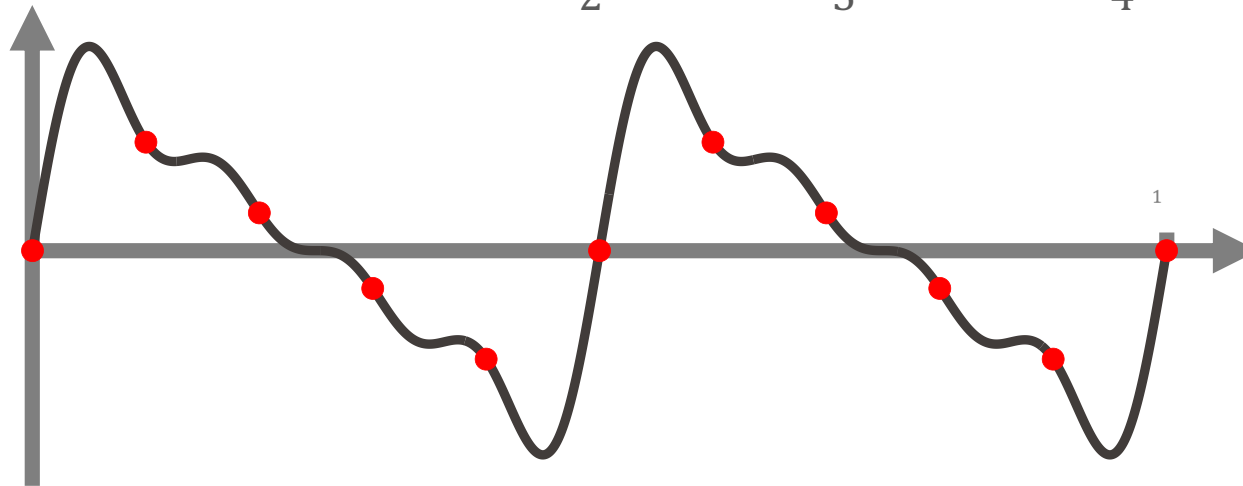


- Période d'échantillonnage $T_e = 0.05$ sec ($f_e = 20$ Hz)

T_e ne peut pas être aussi grande qu'on veut

Exemple: reprenons le signal vu précédemment :

$$X(t) = \sin(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t) + \frac{1}{3}\sin(12\pi t) + \frac{1}{4}\sin(16\pi t)$$

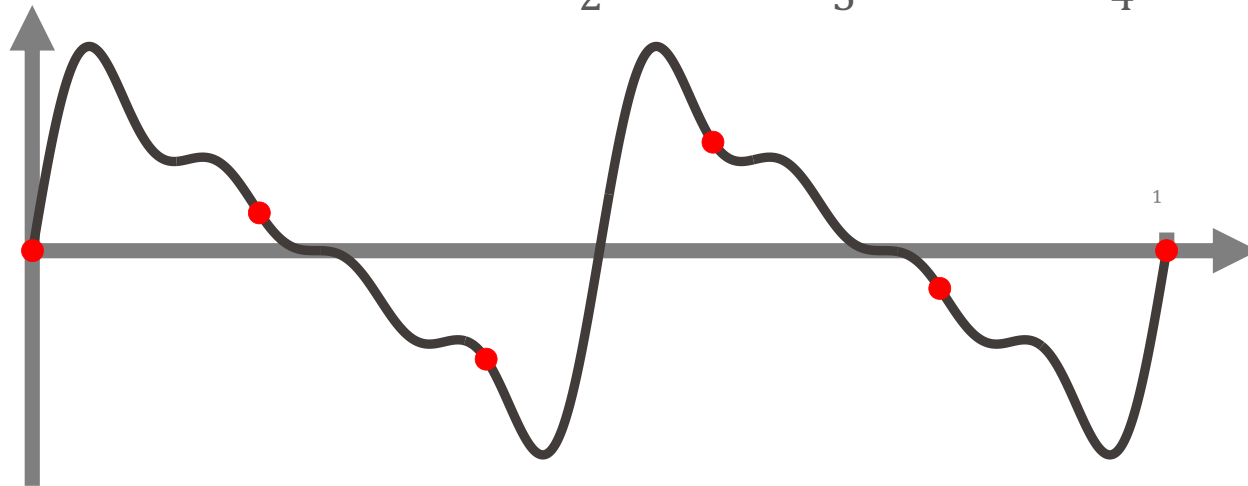


- Période d'échantillonnage $T_e = 0.1$ sec ($f_e = 10$ Hz)

T_e ne peut pas être aussi grande qu'on veut

Exemple: reprenons le signal vu précédemment :

$$X(t) = \sin(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t) + \frac{1}{3}\sin(12\pi t) + \frac{1}{4}\sin(16\pi t)$$

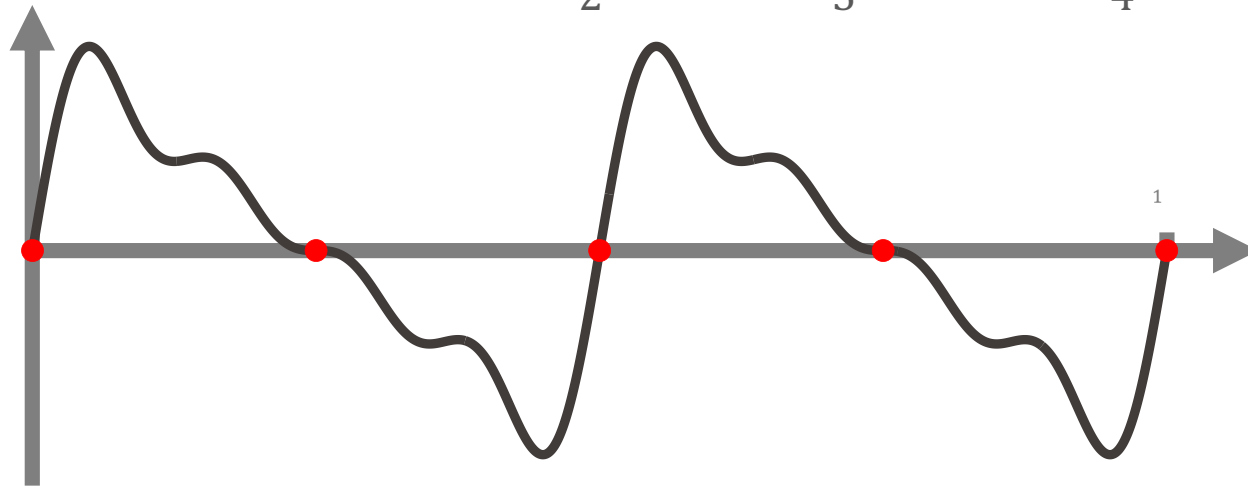


- Période d'échantillonnage $T_e = 0.2 \text{ sec}$ ($f_e = 5 \text{ Hz}$)

T_e ne peut pas être aussi grande qu'on veut

Exemple: reprenons le signal vu précédemment :

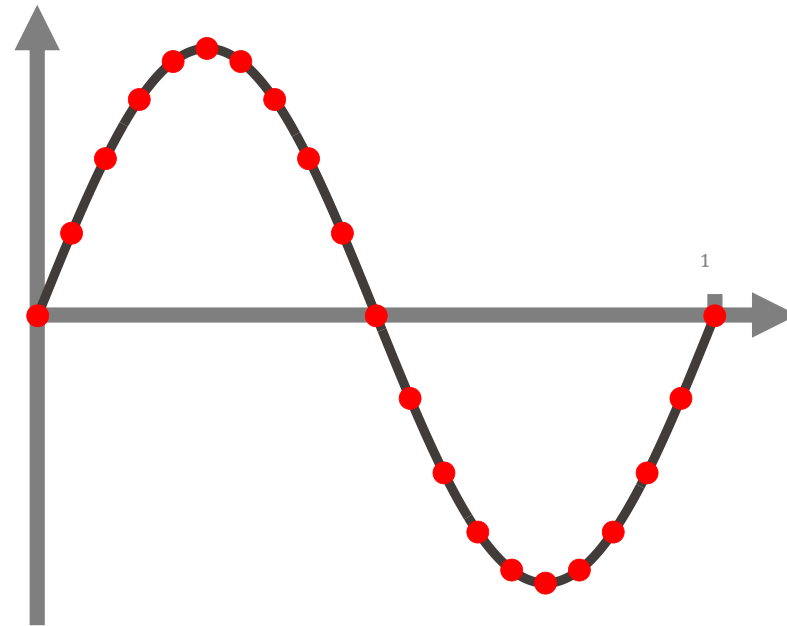
$$X(t) = \sin(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t) + \frac{1}{3}\sin(12\pi t) + \frac{1}{4}\sin(16\pi t)$$



- Période d'échantillonnage $T_e = 0.25 \text{ sec}$ ($f_e = 4 \text{ Hz}$)

Échantillonnage d'une sinusoïde pure

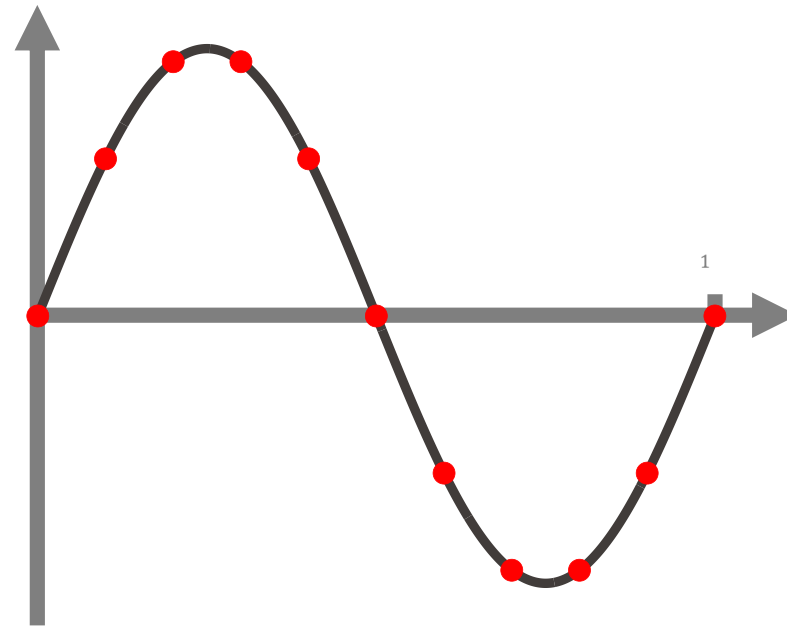
Autre exemple : sinusoïde pure $X(t) = \sin(2\pi t)$ ($f = 1\text{Hz}$)



- Période d'échantillonnage $T_e = 0.05 \text{ sec}$ ($f_e = 20 \text{ Hz}$)

Échantillonnage d'une sinusoïde pure

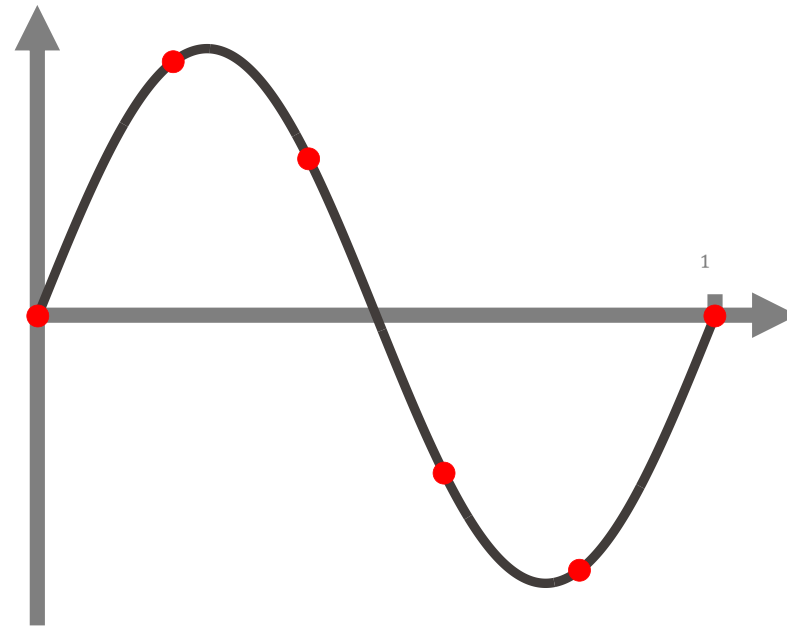
Autre exemple : sinusoïde pure $X(t) = \sin(2\pi t)$ ($f = 1\text{Hz}$)



- Période d'échantillonnage $T_e = 0.1\text{ sec}$ ($f_e = 10\text{ Hz}$)

Échantillonnage d'une sinusoïde pure

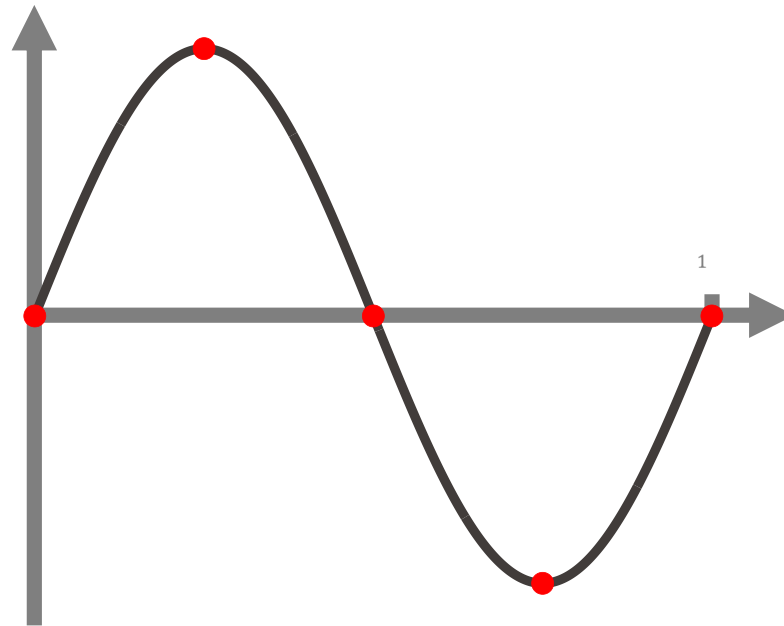
Autre exemple : sinusoïde pure $X(t) = \sin(2\pi t)$ ($f = 1\text{Hz}$)



- Période d'échantillonnage $T_e = 0.2\text{ sec}$ ($f_e = 5\text{ Hz}$)

Échantillonnage d'une sinusoïde pure

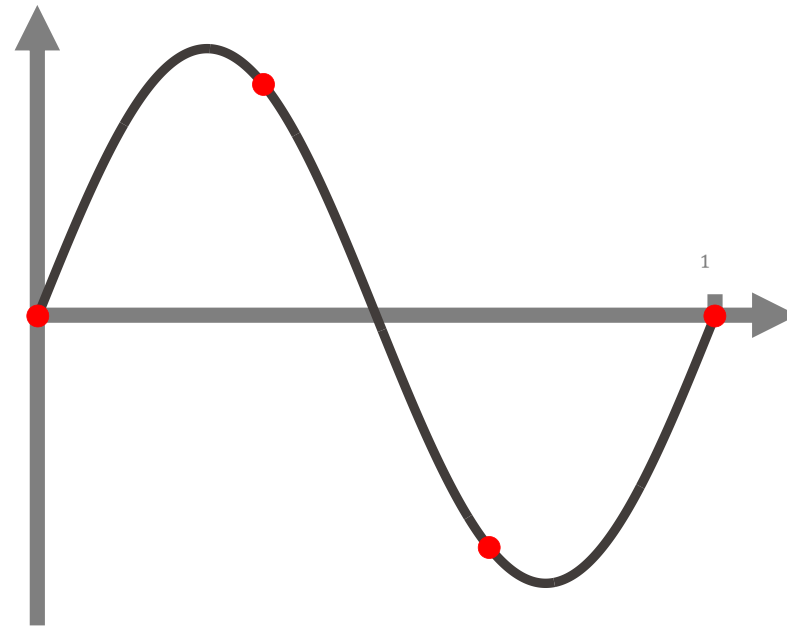
Autre exemple : sinusoïde pure $X(t) = \sin(2\pi t)$ ($f = 1\text{Hz}$)



- Période d'échantillonnage $T_e = 0.25\text{ sec}$ ($f_e = 4\text{ Hz}$)

Échantillonnage d'une sinusoïde pure

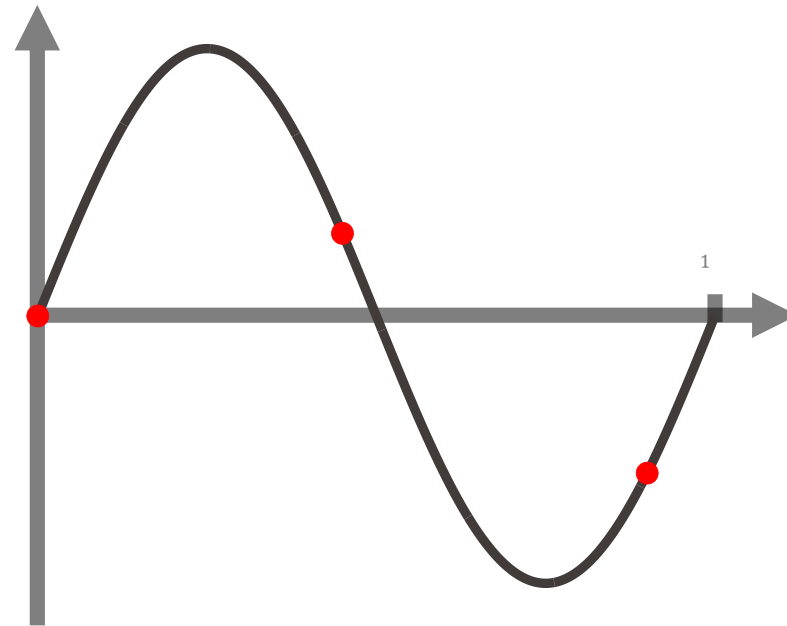
Autre exemple : sinusoïde pure $X(t) = \sin(2\pi t)$ ($f = 1\text{Hz}$)



- Période d'échantillonnage $T_e = 0.\bar{3}\text{ sec}$ ($f_e = 3\text{ Hz}$)

Échantillonnage d'une sinusoïde pure

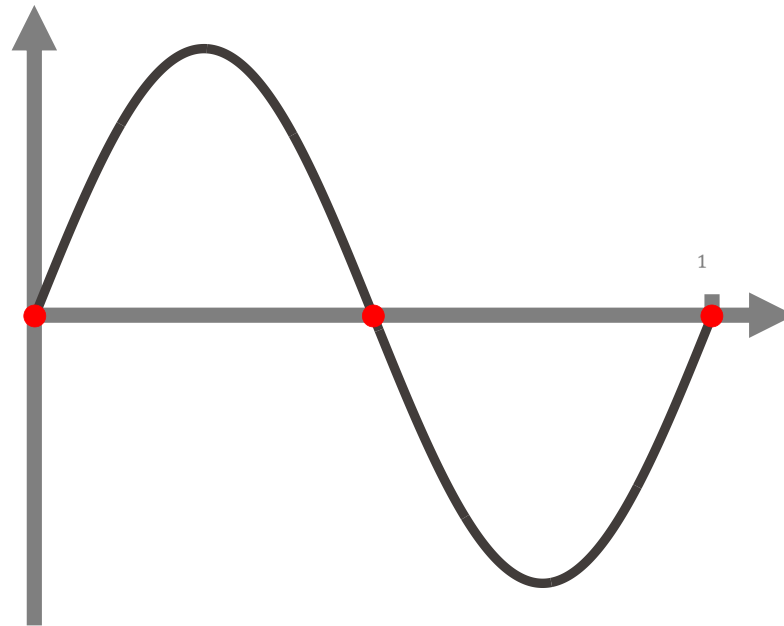
Autre exemple : sinusoïde pure $X(t) = \sin(2\pi t)$ ($f = 1\text{Hz}$)



- Période d'échantillonnage $T_e = 0.45\text{ sec}$ ($f_e = 2.\bar{2}\text{ Hz}$)

Échantillonnage d'une sinusoïde pure

Autre exemple : sinusoïde pure $X(t) = \sin(2\pi t)$ ($f = 1\text{Hz}$)

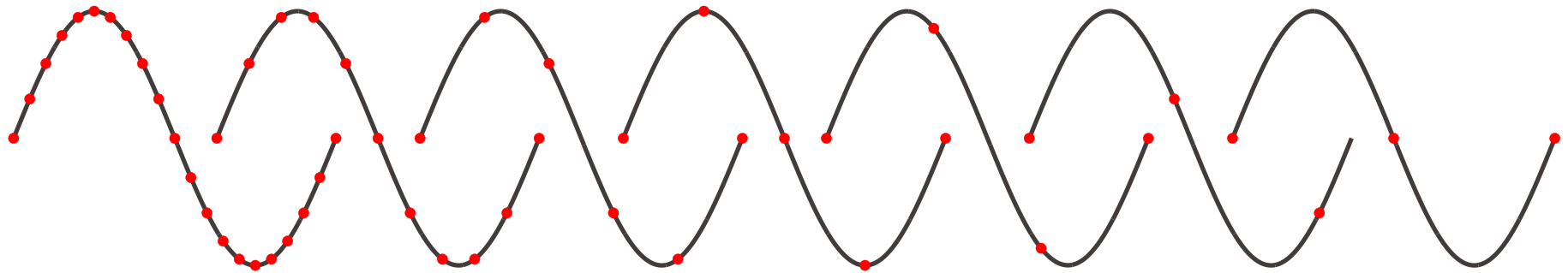


- Période d'échantillonnage $T_e = 0.5 \text{ sec}$ ($f_e = 2 \text{ Hz}$)

Échantillonnage d'une sinusoïde pure

Autre exemple : sinusoïde pure

$$X(t) = \sin(2\pi t) \quad (f = 1 \text{ Hz})$$



Pour pouvoir reconstruire la sinusoïde à partir de l'échantillon, il est nécessaire que $T_e < 0.5 \text{ sec}$, autrement dit, que $f_e = \frac{1}{T_e} > 2 \text{ Hz}$.

Échantillonnage d'une sinusoïde pure

- De manière plus générale, on peut dire la chose suivante :

Soit $X(t)$ une sinusoïde pure dont la fréquence est plus petite ou égale à f .
Pour pouvoir reconstruire cette sinusoïde à partir de sa version échantillonnée à la fréquence f_e , il est nécessaire que :

$$f_e > 2f$$

- Le **théorème d'échantillonnage** que nous verrons prochainement dit (essentiellement) que cette condition est non seulement **nécessaire** mais aussi **suffisante**.
- Nous verrons également que **ce théorème s'applique à tous les signaux**, et pas seulement aux sinusoïdes.

Et si $f_e < 2f$, que se passe-t-il ?

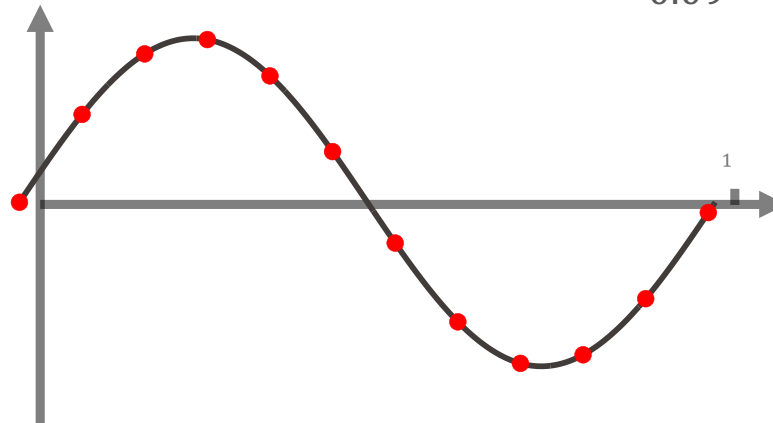
Que se passe-t-il lorsque la fréquence d'échantillonnage f_e est trop basse, i.e. lorsque le signal est sous-échantillonné ?

- Nous poursuivons avec l'exemple d'une sinusoïde pure :

$$X(t) = \sin(2\pi f \cdot t),$$

échantillonnée avec une période $T_e = 0.09$ sec, donc $f_e = \frac{1}{0.09} = 11.\overline{11}$ Hz.

- $f = 1$ Hz



Et si $f_e < 2f$, que se passe-t-il ?

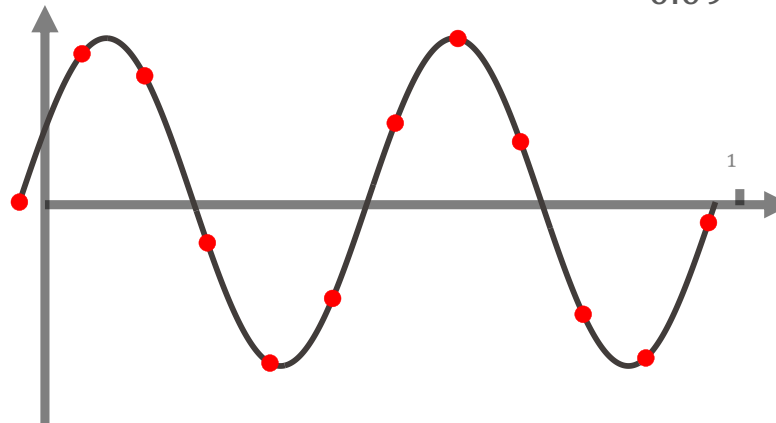
Que se passe-t-il lorsque la fréquence d'échantillonnage f_e est trop basse, i.e. lorsque le signal est sous-échantillonné ?

- Nous poursuivons avec l'exemple d'une sinusoïde pure :

$$X(t) = \sin(2\pi f \cdot t),$$

échantillonnée avec une période $T_e = 0.09$ sec, donc $f_e = \frac{1}{0.09} = 11.\overline{11}$ Hz.

- $f = 1$ Hz
- $f = 2$ Hz



Et si $f_e < 2f$, que se passe-t-il ?

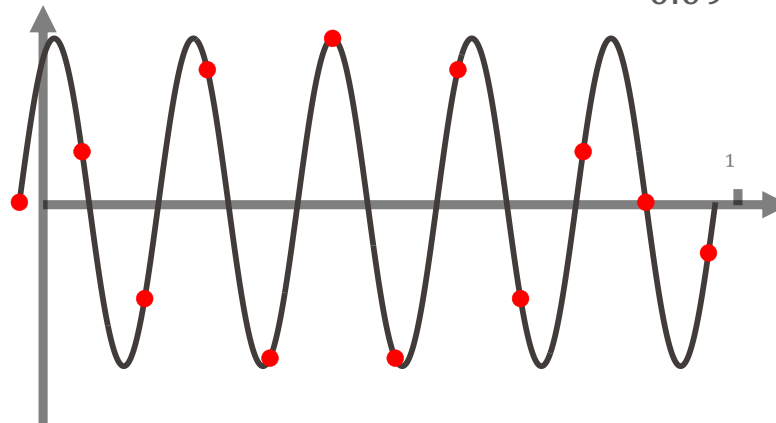
Que se passe-t-il lorsque la fréquence d'échantillonnage f_e est trop basse, i.e. lorsque le signal est sous-échantillonné ?

- Nous poursuivons avec l'exemple d'une sinusoïde pure :

$$X(t) = \sin(2\pi f \cdot t),$$

échantillonnée avec une période $T_e = 0.09$ sec, donc $f_e = \frac{1}{0.09} = 11.\overline{11}$ Hz.

- $f = 1$ Hz
- $f = 2$ Hz
- $f = 5$ Hz



Et si $f_e < 2f$, que se passe-t-il ?

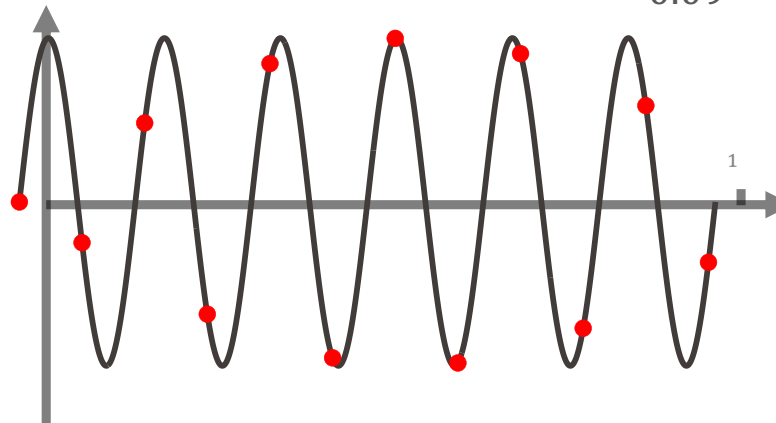
Que se passe-t-il lorsque la fréquence d'échantillonnage f_e est trop basse, i.e. lorsque le signal est sous-échantillonné ?

- Nous poursuivons avec l'exemple d'une sinusoïde pure :

$$X(t) = \sin(2\pi f \cdot t),$$

échantillonnée avec une période $T_e = 0.09$ sec, donc $f_e = \frac{1}{0.09} = 11.\overline{11}$ Hz.

- $f = 1$ Hz
- $f = 2$ Hz
- $f = 5$ Hz
- $f = 6$ Hz



Et si $f_e < 2f$, que se passe-t-il ?

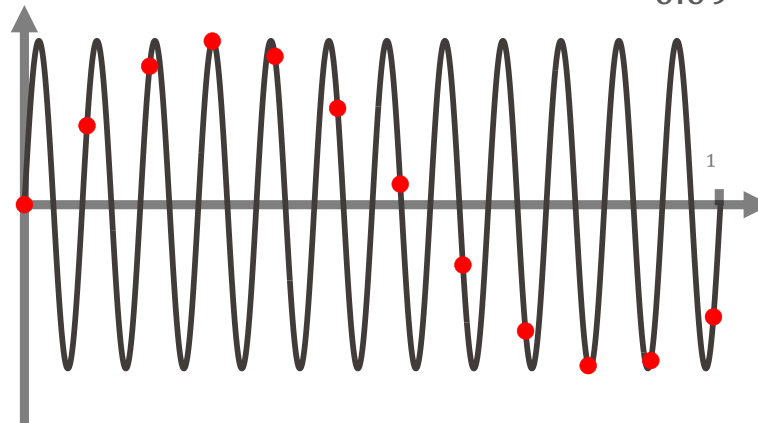
Que se passe-t-il lorsque la fréquence d'échantillonnage f_e est trop basse, i.e. lorsque le signal est sous-échantillonné ?

- Nous poursuivons avec l'exemple d'une sinusoïde pure :

$$X(t) = \sin(2\pi f \cdot t),$$

échantillonnée avec une période $T_e = 0.09$ sec, donc $f_e = \frac{1}{0.09} = 11.\overline{11}$ Hz.

- $f = 1$ Hz
- $f = 2$ Hz
- $f = 5$ Hz
- $f = 6$ Hz
- $f = 12$ Hz



Et si $f_e < 2f$, que se passe-t-il ?

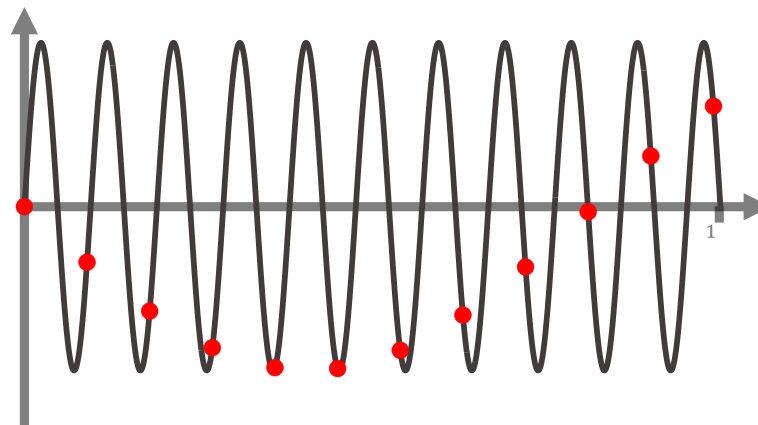
Que se passe-t-il lorsque la fréquence d'échantillonnage f_e est trop basse, i.e. lorsque le signal est sous-échantillonné ?

- Nous poursuivons avec l'exemple d'une sinusoïde pure :

$$X(t) = \sin(2\pi f \cdot t),$$

échantillonnée avec une période $T_e = 0.09$ sec, donc $f_e = \frac{1}{0.09} = 11.\overline{11}$ Hz.

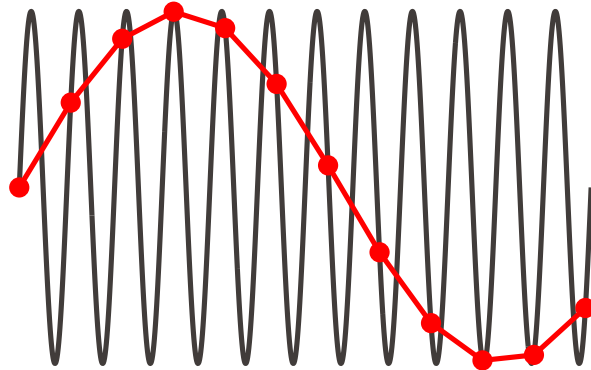
- $f = 1$ Hz
- $f = 2$ Hz
- $f = 5$ Hz
- $f = 6$ Hz
- $f = 12$ Hz
- $f = 10.5$ Hz



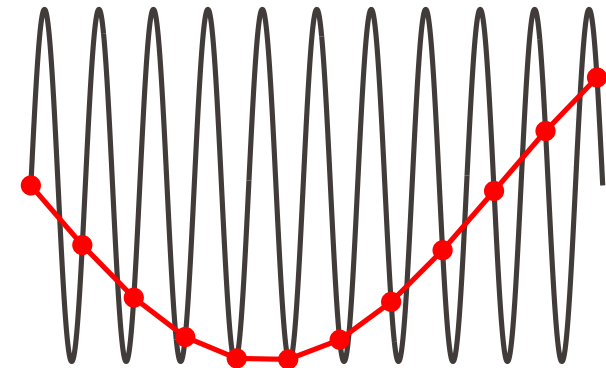
Et si $f_e < 2f$, que se passe-t-il ?

Dans les deux derniers cas, nous avons vu apparaître :

- une sinusoïde avec une fréquence plus lente



- une autre sinusoïde, avec une fréquence plus lente et qui part d'abord vers le bas.



Ce phénomène s'appelle l'**effet stroboscopique** et survient donc lorsqu'on **sous-échantillonne** un signal.

Effet stroboscopique : illustrations

- Exemple visuel (avec un sous-échantillonnage à deux dimensions) :



Effet stroboscopique : illustrations

- Exemples de vidéos :

<http://www.youtube.com/watch?v=jHS9JGkEOmA>

<http://www.youtube.com/watch?v=LVwmtwZLG88>

<https://www.youtube.com/watch?v=2lghwseolSc>

Résumé Semaine 4 – ICC-T

- Signaux : fonction analogique $X(t)$ (ex. son, onde électromagnétique, image, vidéo)
- Spectre & bande passante : représentation spectrale (somme de sinusoides) ;
bande passante = f_{max}
- Filtrage passe-bas : filtre idéal vs moyenne mobile
- Échantillonnage : continu $X(t) \rightarrow$ discret $X(nT_e)$ avec $f_e = 1/T_e$;
compromis précision vs coût
- Condition d'échantillonnage pour reconstruction sans perte :
$$f_e > 2f$$
- Effet stroboscopique : si $f_e < 2f$, apparition de sinusoides « fantômes »

rafael.pires@epfl.ch



EPFL

Merci