

1 Opérations binaires

Effectuez les calculs suivants en binaire en supposant que tous les motifs binaires représentent des nombres non signés.

(a) Addition binaire :

1. $101 + 11 =$
2. $111 + 111 =$
3. $1010 + 1010 =$
4. $11101 + 1010 =$
5. $11111 + 11111 =$

(b) Soustraction binaire :

1. $110 - 10 =$
2. $101 - 11 =$
3. $1001 - 11 =$
4. $1101 - 11 =$
5. $10001 - 100 =$

2 Conversion : Nombres naturels – Entiers non signés

Convertissez les nombres suivants donnés en binaire (c'est-à-dire un nombre en base 2) en nombre décimal (c'est-à-dire un nombre en base 10). La notation $(X)_b$ indique que X est donné en base b, par ex., $(10100011)_2$ est le nombre 10100011 en binaire. Dans cette sous-section, les nombres binaires sont donnés sans signe.

1. $(10100011)_2 =$
2. $(101101)_2 =$
3. $(110100101010)_2 =$
4. $(11101111)_2 =$
5. $(01000010)_2 =$

Convertissez le nombre suivant donné en décimal en binaire.

1. $(112)_{10} =$
2. $(25673)_{10} =$
3. $(555)_{10} =$
4. $(100)_{10} =$
5. $(12999)_{10} =$

3 Dépassement et Capacité

Conversions : pour simplifier, nous supposons que nous travaillons avec des entiers (positifs et négatifs) représentés sur 8 bits.

- (a) Quelle valeur est représentée par les motifs binaires suivants: 00000110, 11111001, 10000110
- (b) Quel est le motif binaire des nombres suivants : 0 , -12_{10} , -1_{10} , 127_{10} , -128_{10} ?
- (c) Quelle conclusion tirez-vous de ces exemples (concernant le domaine couvert) ?

Toujours avec des entiers sur 8 bits, quel est le résultat en binaire de $64_{10} + 64_{10}$? (Faites l'addition en binaire.) Comment appelle-t-on le phénomène observé ?

4 Représentation des nombres à virgule flottante

Considérez une représentation simplifiée des nombres à virgule flottante positifs utilisant 5 bits selon le format suivant :

2 bits pour l'exposant en base 2, 3 bits pour la mantisse. (Dans cet exercice, nous supposons que l'exposant est non négatif.) Indiquez le nombre représentable minimum et maximum, ainsi que les valeurs exactes représentables pour chaque puissance de 2.

- (a) L'erreur absolue est-elle constante sur l'intervalle [min, max] ?
- (b) Sinon, spécifiez les valeurs.
- (c) Quelle est l'erreur relative maximale ?

5 10 rats pour 1'000 bouteilles

Vous organisez un mariage et avez commandé à cette occasion 1'000 bouteilles d'un excellent cru. Manque de chance, il semble qu'un petit malin a introduit dans une (et une seule) de ces bouteilles un poison incolore, insipide et inodore, dont les effets sont dévastateurs (vomissements, convulsions, . . .), mais au bout d'environ 24h seulement (i.e., le moment exact où le poison fait effet peut fluctuer d'une ou deux heures). Pour trouver la bouteille empoisonnée, vous disposez de 10 rats testeurs. Votre problème: nous sommes vendredi à 10h du matin et le mariage a lieu demain samedi à 15h. Comment allez-vous procéder pour être en mesure de pouvoir servir les 999 bouteilles non-empoisonnées au mariage?

Indication: Pour commencer à réfléchir au problème, on peut penser à la situation où on a seulement 4 bouteilles à tester et 2 rats à disposition.

Note: La résolution de ce problème n'est pas seulement utile aux organisateurs de mariages! L'algorithme de Hamming, basé sur ce principe, permet de localiser des erreurs de transmission dans de très longs messages, en utilisant un petit nombre de bits de parité pour coder les messages envoyés.